которого $\varphi(p) < \infty$, редуцированный вес φ_p на редуцированной алгебре фон Неймана M_p является следом. Тогда φ — след.

При доказательстве этой леммы используются результаты Ф. Комба [2, предложения 3.3 и 3.6] и следующее утверждение, на справедливость которого автору указал А. Н. Шерстнев.

Предложение. *Для нормального полуконечного веса на полуконечной алгебре фон Неймана единица этой алгебры представляется в виде суммы попарно ортогональных проекторов из алгебры, на каждом из которых вес принимает конечное значение.*

Работа поддержана РФФИ (проект 98-01-00103) и программой "Университеты России" (проект 990213).

ЛИТЕРАТУРА

1. Столяров А.И., Тихонов О.Е. *О характеризации следов в терминах теории некоммутативного интегрирования*/ Казань, 1992. - 9 с. - Деп. в ВИНИТИ 05.11.92, № 3186-В92.

2. Комб Ф. *Веса и условные ожидания на алгебрах фон Неймана*// Математика (Сб. переводов). - 1974. - No 18:6. - С. 80-113.

С. Ю. Тихонов (Москва)

ОЦЕНКИ МОДУЛЕЙ ГЛАДКОСТИ ФУНКЦИЙ С ПРЕОБРАЗОВАННЫМ РЯДОМ ФУРЬЕ, II

Данная работа является продолжением работы [1].

Пусть L_p $(1 < p < \infty)$ — пространство всех 2π-периодических измеримых функций, для которых $\|f\|_p = \left(\int\limits_0^{2\pi} |f(x)|^p\,dx\right)^{\frac{1}{p}} < \infty$; $\omega_\beta(f,t)_p$ — модуль гладкости порядка β $(\beta > 0)$ функции $f \in L_p$:

$$\omega_\beta(f,t)_p = \sup_{|h|\le t} \|\sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^\nu \frac{\beta(\beta-1)\cdots(\beta-\nu+1)}{\nu!} f(x+(\beta-\nu)h)\|_p.$$

Введем следующие обозначения: для $\forall N \in \mathbb{N}$ и $\forall t \in (0, 2\pi]$ $P_0(t) = 1$, $P_N(t) = \prod\limits_{i=1}^{N} \ln_i \frac{d_i}{t}$, где $\ln_1 u = \ln u$, $\ln_i u = \ln(\ln_{i-1} u)$, $i = 2, 3, \ldots, N$, а константы d_i удовлетворяют условиям $1 \leq \ln_i \frac{d_i}{2\pi}$.

Под записью $\sigma(f, \lambda_n)$ будем понимать преобразованный ряд Фурье функции $f(x)$, а именно, если $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \equiv \sum\limits_{n=0}^{\infty} A_n(x)$, то $\sigma(f, \lambda_n) := \sum\limits_{n=1}^{\infty} \lambda_n A_n(x)$, где λ_n в нашем случае имеет вид: $\{\lambda_n = n^r (\ln_N (n d_N))^A\}$ ($r > 0$ и $A > 0$) (сравните с [1],[2]).

Теорема 1. *Пусть* $\theta = \min(2, p)$ *и* $\tau = \max(2, p)$. *Если для* $f(x) \in L^p$ *при некотором* $\beta > 0$

$$\int_0^1 t^{-r\theta-1} (\ln_N \frac{d_N}{t})^{A\theta} \omega_{r+\beta}^{\theta}(f, t)_p dt < \infty,$$

то $\sigma(f, \lambda_n)$ *есть ряд Фурье некоторой функции* $\varphi(x) \in L_p$ *и, кроме того,*

$$\left\{ \delta^{\beta\tau} (\ln_N \frac{d_N}{\delta})^{A\tau} \int\limits_{\delta}^{1} \frac{t^{-\beta\tau-1}}{P_N(t)(\ln_N \frac{d_N}{t})^{A\tau}} \omega_{\beta}^{\tau}(\varphi, t)_p dt + \omega_{\beta}^{\tau}(\varphi, \delta)_p dt \right\}^{\frac{1}{\tau}} \ll$$

$$\ll \left\{ \int\limits_0^{\delta} t^{-r\theta-1} (\ln_N \frac{d_N}{t})^{A\theta} \omega_{r+\beta}^{\theta}(f, t)_p dt \right\}^{\frac{1}{\theta}}.$$

Теорема 2. *Пусть* $\theta = \min(2, p)$ *и* $\tau = \max(2, p)$. *Если для* $f(x) \in L_p$ *ряд* $\sigma(f, \lambda_n)$ *есть ряд Фурье некоторой функции* $\varphi(x) \in L_p$, *то* $\forall \beta > 0$

$$\left\{ \int\limits_0^{\delta} t^{-r\tau-1} (\ln_N \frac{d_N}{t})^{A\tau} \omega_{r+\beta}^{\tau}(f, t)_p dt \right\}^{\frac{1}{\tau}} \ll$$

$$\ll\left\{\delta^{\beta\theta}(\ln_N \frac{d_N}{\delta})^{A\theta}\int\limits_{\delta}^{1}\frac{t^{-\beta\theta-1}}{P_N(t)(\ln_N \frac{d_N}{t})^{A\theta}}\omega_\beta^\theta(\varphi,t)_p dt+\omega_\beta^\theta(\varphi,\delta)_p dt\right\}^{\frac{1}{\theta}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов С. Ю. *Оценки модулей гладкости функций с преобразованным рядов Фурье*// Сов. проблемы теории функций и их приложения. Саратов. - 2000. - С. 139–140.

2. Потапов М. К., Симонов Б. В. *Об оценках модулей гладкости функций с преобразованным рядом Фурье*// Фунд. и прикл. математика. - 1995. - Т. 1. - No 2. - С. 455–469.

С. Н. Тронин (Казань)

ОПЕРАДЫ КОНЕЧНЫХ ГРАФОВ И ГИПЕРГРАФОВ

Обозначим через $Gr(n)$ множество графов с n вершинами ($n = 1, 2, \ldots$), не обязательно простых, причем вершины занумерованы числами от 1 до n, и графы с различными нумерациями являются различными элементами $Gr(n)$. Аналогично, пусть $OGr(n)$ есть множество ориентированных графов с n вершинами, $FCat(n)$ есть множество категорий с n объектами, $Lat(n)$ — множество решеток с n элементами, $HGr(n)$ — множество гиперграфов с n вершинами, $Smp(n)$ — множество симплициальных комплексов с n вершинами. Предполагается, что все вершины, объекты и элементы снабжены нумерациями. Пусть $R(n)$ — любое из этих множеств, $R = \{R(n) | n \geq 1\}$.

Теорема. *Все семейства Gr, OGr, $FCat$, Lat, HGr, Smp обладают естественной структурой операды, то есть определены операции композиции вида $R(m) \times R(n_1) \times \ldots \times R(n_m) \to R(n_1 + \ldots + n_m)$, обладающие рядом естественных свойств* [1].

Пусть $V(\Gamma)$ и $E(\Gamma)$ — множества вершин и ребер графа Γ. Если $\Gamma_0 \in Gr(m)$, $\Gamma_i \in Gr(n_i)$, $1 \leq i \leq m$, то результат композиции в операде Gr, граф $\Gamma = \Gamma\Gamma_1 \ldots \Gamma_m$, устроен следующим